

# Demonstrationsversuch zur selektiven Absorption von Koppelungswellen

Von WALTHER KOSSEL

Aus dem Physikalischen Institut der Universität Tübingen

(Z. Naturforsch. 8a, 24—27 [1953]; eingegangen am 26. September 1952)

Erwin Fues zum 60. Geburtstag

Vermöge der durchgehenden strengen Analogie zwischen dynamischer Wellenausbreitung in einem Kristall und zeitlicher Umbildung der Schwingungen in einem System gekoppelter Oszillatoren wird auch der heute aktuelle Vorgang der selektiven Absorption der Koppelungswellen durch eine selektive Dämpfung im koppelnden Organ zweier Pendel anschaulich gemacht.

1. Die Bewegungen gekoppelter Systeme — im Anfang des Jahrhunderts, zur Zeit der klassischen Untersuchungen M. Wiens, für die vom Braunschen gekoppelten Sender eingeleitete Entwicklung der drahtlosen Telegraphie maßgebend — stehen heute am Eingang zweier ganz anderer Problemkreise: der homöopolaren Bindung von Atomen und der „dynamischen“ Überlagerung der einfallenden und der reflektierten Welle im Kristallgitter. An beiden zeigt sich immer wieder, daß es lohnt, gerade die einleitenden Begriffe scharf deutlich zu machen. Die einfachsten Modelle leisten dabei die beste Hilfe und so sei es erlaubt, Herrn Fues zu seinem Geburtstag einige Bilder vorzuführen, die als didaktische Hilfen beim Erläutern der dynamischen Wellenausbreitung im Kristall dienen können, zu deren Klärung wir ihm so Wesentliches verdanken. Wir zeigen, daß das seit Jahrzehnten so gern angerufene Beispiel der „Pendellösung“ fähig ist, auch zu der heute aktuellen Erscheinung der selektiven Absorption der Koppelungswellen seine Dienste zu leisten.

2. Da mit der Spiegelung der Einfallswinkel erhalten bleibt, erfährt ein Strahl, der in einem System von Netzebenen ein erstes Mal nach dem Braggschen Gesetz reflektiert wurde, selbst wiederum Reflexion, die ihn in die Einfallsrichtung zurückführt und so pendelt in einem ideal gebauten und nicht absorbierenden Kristallgebäude der Energiefluß beim Hindurchgehen durch den Kristallkörper dauernd zwischen zwei ausgezeichneten Richtungen hin und her. Diese Erscheinung, der Fues in seinen Betrachtungen zu den dynamischen Vorgängen bei Kristallinterferenzen stets seine besondere Aufmerksamkeit zugewendet hat, führt traditionell den Namen „Pendellösung“, da das Hin- und Herwandern des Energieflusses zwischen

zwei Richtungen völlig dem Hin- und Herwandern der Energie zwischen zwei gekoppelten Resonatoren entspricht, wie man es am vertrautesten aus dem System zweier gekoppelter gleicher Pendel kennt. So wie dort der zeitliche Ablauf zweckmäßig durch die Überlagerung von zwei Eigenschwingungen des Gesamtsystems — der symmetrischen und antisymmetrischen — dargestellt wird, behandelt man nach Laue auch das Fortschreiten der Gesamtbewegung in den Kristallkörper zweckmäßig als die Überlagerung zweier Wellensysteme unveränderlicher Amplitude, aber etwas verschiedener Wellenlänge, deren räumliche Schwebungen das Hin- und Herwandern des Energiestromes ergeben. Der Alternative zwischen antisymmetrischer oder symmetrischer Bewegung, die dort durch gegensinnige oder gleichsinnige Schwingung beider Pendelkörper gegeben ist, entspricht hier die Alternative, daß die Netzebenen bei der einen Art der stehenden Wellen in deren Bäuchen, bei der anderen Art in deren Knoten liegen.

Aus dieser Verschiedenheit ihrer Lage begründet sich zunächst die für die Schwebung verantwortliche Verschiedenheit der Wellenlänge der beiden Bewegungen bei gleicher Frequenz — die „effektive Dielektrizitätskonstante“ ist für die Bewegung, deren Bäuche die Netzebenen, also das streuende Material enthalten, naturgemäß eine andere als für die, deren Bäuche in die unbesetzten Zwischenräume zwischen den Netzebenen fallen. Dieselben Verhältnisse müssen aber auch dazu führen, daß die echte Absorption für die eine Welle stärker ist als für die andere — es folgt, daß die Bewegung, welche die Bäuche des elektrischen Feldes in den Netzebenen enthält, rascher gelöscht wird als die andere. Diese Erscheinung, die aus Laues allgemeiner



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Theorie der dynamischen Vorgänge<sup>1</sup> folgt und der er vor einigen Jahren eine eigene Betrachtung gewidmet hat<sup>2</sup>, bedeutet, daß der Kristall für eine einheitliche einfallende Röntgenstrahlung merkwürdigerweise im Laue-Fall zwei verschiedene Absorptionskoeffizienten zeigen muß. Die eine der beiden Grundwellen wirkt stark auf das Material (sie „zielt auf Atome“<sup>3</sup>) und erlischt rasch, die andere muß um so weiter dringen. So kommen die eigenartigen Erscheinungen abnormer Durchlässigkeit des Kristalls in den Reflexionsrichtungen zustande, die vor allem Borrmann<sup>4</sup> eingehend studiert hat. Er hat die abnorme Durchlässigkeit einer so weichen Strahlung wie der Kupfer-K- $\alpha$ -Linie noch durch mehrere Millimeter starke Kristallkörper verfolgen können.

2. Man wird wünschen, eine Erscheinung, die auf einem prinzipiell so interessanten Wege zustande kommt und gegenüber den bekannten Vorgängen der Extinktion im Bragg-Fall so fremdartig wirkt, auch bei der Einführung im Unterricht möglichst eindringlich zu erläutern. Dafür ist instruktiv, ihr Analogon bei der Bewegung gekoppelter Pendel herzustellen. Dort wird man als Analogon der selektiven Absorption der einen Grundwelle eine selektive Dämpfung der einen Grundschiwingung, der antimetrischen oder der symmetrischen, einführen müssen.

Der Vorgang einer selektiven Dämpfung ist nicht geläufig und da es erwünscht war, ihn der Analogie zu den dynamischen Interferenzen wegen deutlich vorführen zu können, übernahm Fräulein Margot Möbus die Aufgabe, in ihrer Staatsexamensarbeit (1951) die selektive Dämpfung der Grundschiwingungen von gekoppelten Pendeln zu realisieren. Aus dieser sorgfältigen experimentellen und rechnerischen Durcharbeitung, die an einer Reihe von Beispielen quantitativ die Durchsichtigkeit der Vorgänge nachprüfte, stammen die Aufnahmen, die wir zeigen.

3. Die Grundschiwingungen sind dem Gesamtsystem eigen, nicht den Partnern und so hat auch das dämpfende Organ, wenn es rein die Grundschiwingungen angreifen soll, an einem für das Gesamtsystem charakteristischen, den Partnern gegenüber neutralen Punkt anzusetzen. Es ist der *Mittel-*

*punkt* des koppelnden Organs, der Kopplungsfeder oder des leichten, in der Mitte belasteten Fadens.

Man kann es leicht dahin bringen, daß die generalisierten Koordinaten der beiden Grundschiwingungen hier geradezu als kartesische Koordinaten sichtbar werden. Heißen die Ausschläge der beiden Partner  $x_1$  und  $x_2$ , so sind die generalisierten Koordinaten:

$$q_s = 1/2 (x_1 + x_2) \text{ und } q_a = 1/2 (x_1 - x_2).$$

Bei mäßiger Amplitude, für die das Hin- und Herwandern der beiden Pendelkugeln noch praktisch in horizontaler Richtung erfolgt, ist in der symmetrischen Bewegung ( $x_2 = x_1$ ), bei der ja das koppelnde Organ einfach mit den gleichen Amplituden der beiden Partner mitgenommen wird, auch die Bewegung seines Mittelpunktes praktisch rein horizontal. In antimetrischer Bewegung ( $x_2 = -x_1$ ) fällt die horizontale Bewegung des Mittelpunktes praktisch weg. Dafür steigt aber das im Mittelpunkt eines koppelnden Fadens aufgehängte Gewichtchen nunmehr auf und ab, da sich der Faden beim Annähern der Pendel durchsenkt, beim Entfernen hebt. Gibt man gleich in der Ruhelage eine mit dem Abstand vergleichbare Durchsenkung vor, so ist das weitere Auf- und Absteigen den Änderungen des Abstandes der Pendel annähernd proportional, man hat also in der Vertikalkoordinate des Mittelpunktes eine Wiedergabe der Koordinate  $q_a = (x_1 - x_2)$  der antimetrischen Bewegung. Im allgemeinen Vorgang, bei dem die beiden Grundschiwingungen endliche Amplituden besitzen und das bekannte Hin- und Herwandern der Energie zwischen den beiden Partnern sich zeigt, gleicht also die Bewegung des Mittelpunktes der bekannten Superposition senkrecht aufeinander stehender linearer Schwingungen. Es zeigen sich Lissajous-Figuren. Da die beiden Kopplungsfrequenzen sich nur wenig voneinander unterscheiden, hat man eine Schwebung vor sich, — die langsame periodische Umwandlung zwischen Geraden wechselnder Lage und Ellipsen wechselnden Umlaufsinn. Die Phase z. B., in der nur ein Pendel in Bewegung ist — Einleitung der üblichen Resonanzdemonstration — zeigt hier eine Gerade, — die Phase, in der die beiden Pendel die gleiche Amplitude angenommen haben, zeigt die weiteste

<sup>1</sup> M. v. Laue, zusammenfassende Darstellung im 5. Kapitel: „Die dynamische Theorie der Raumgitterinterferenzen“ (insbesondere §§ 28 und 30) seines Buches „Röntgenstrahlinterferenzen“ 1941. 2. Aufl. 1948.

<sup>2</sup> M. v. Laue, Acta crystallogr. [London] **2**, 106 [1949].

<sup>3</sup> W. Kossel, Ann. Physik. **6**, 6, 97 [1949].

<sup>4</sup> G. Borrmann, Physik. Z. **42**, 157 [1941]; Z. Physik **127**, 297 [1950]; Naturwiss. **38**, 330 [1951].

Öffnung der Ellipse und so fort. Diese Bewegungen an einem Pendelmodell ausreichender Größe und Langsamkeit zu beobachten und zu diskutieren, lohnt auch didaktisch.

4. An diesem charakteristischen Punkt des Gesamtsystems, der die beiden reinen Grundschwingungen kinematisch zu separieren erlaubt, muß auch die selektive Dämpfung ansetzen. Das erwünschte Verhalten ist verwandt dem eines dichroitischen Kristalls. Um rein die symmetrische Bewegung zu dämpfen, wird man an der horizontalen Bewegung angreifen, an der ja die antimetrische Schwingung nicht beteiligt ist. Zu deren Dämpfung andererseits hat man ein Organ anzubringen, das auf die Differenz der Lagenkoordinaten der beiden Pendel reagiert.

Die beiden Dämpfungsorgane, die sich in der Untersuchung von Fräulein Möbus praktisch be-

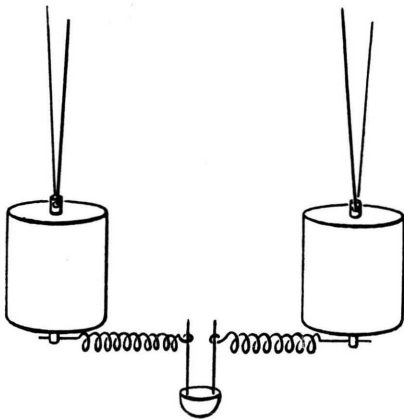


Abb. 1. Zur Dämpfung der symmetrischen Grundschwingung.

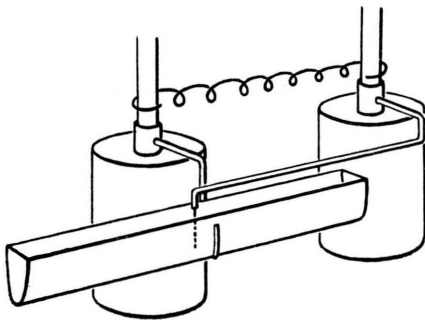


Abb. 2. Zur Dämpfung der antimetrischen Grundschwingung.

währten, sind in Abb. 1 und 2 skizziert. Um auf die symmetrische Bewegung einzuwirken, trug die Koppelungsfeder in der Mitte eine leichte Halbkugel aus Bernstein, die bis zu  $\frac{9}{10}$  in die Flüssigkeit eintauchte, die in einer unmittelbar unterhalb stehenden Schale enthalten war. Die Kugelform war gewählt, um zu verhindern, daß etwa Bewegungen des Schwimmkörpers um eine Achse die Dämpfung verändern könnten. In der symmetrischen Bewegung wird die Kugel durch die Flüssigkeit hin- und hergezogen, ihre Wirkung als Schwimmer aber entlastet die Feder ausreichend, um zu verhindern, daß in der antimetrischen Bewegung vertikale Verlagerungen von einer Größe auftreten, die einen merklichen dämpfenden Einfluß ausüben könnte. Zur Dämpfung der antimetrischen Bewegung andererseits erwies sich als Bestes ein Organ, das unmittelbar auf die relative Lagenänderung ( $x_2 - x_1$ ) der beiden Pendelkörper arbeitete: der eine trug einen mit einer sehr zähen Gelatine gefüllten zylindrischen Trog, der andere an einem starken Draht eine Nadel, die in diese Gelatinefüllung eintauchte.

Mit Hilfe der virtuellen Bilder einer Bogenlampe in blanken Kugeln, die an den Pendeln befestigt waren, wurden die Bewegungen der Pendel gleichzeitig auf bewegtem Papier registriert.

5. Von diesen und den zahlreichen anderen begleitenden Beobachtungen geben wir zwei Bilder wieder, die Fräulein Möbus auf meinen Wunsch zu dem Zweck aufgenommen hat, das Schicksal einer einseitig eingeleiteten Bewegung, das dem Schicksal eines einzelnen in einer Bragg-Richtung eingestrahlten Strahles entspricht, in Demonstrationsbeispielen für die beiden typischen Grundfälle selektiver Dämpfung festzuhalten. Die beiden horizontalen Zeilen der Abb. 3 und 4 geben jeweils die Bewegung eines Pendelpaares wieder. In jedem Fall wird zunächst das Pendel angestoßen, dessen Registrierung oben erscheint, und man sieht, wie die Schwebungen sich allmählich in ein gleichförmiges Zusammenschwingen der beiden Pendel verwandeln, das, wie man am schärfsten an den eingedruckten Zeitmarken verfolgt, im oberen Fall rein symmetrischen, im unteren rein antimetrischen Charakter trägt. Die anfänglichen Änderungen der Bewegungsformen sind praktisch völlig verschwunden, das System arbeitet weiterhin praktisch ungedämpft. Dies Fortdauern korrespondiert dem unveränderten Fortschreiten der durchdringenden Restwelle.

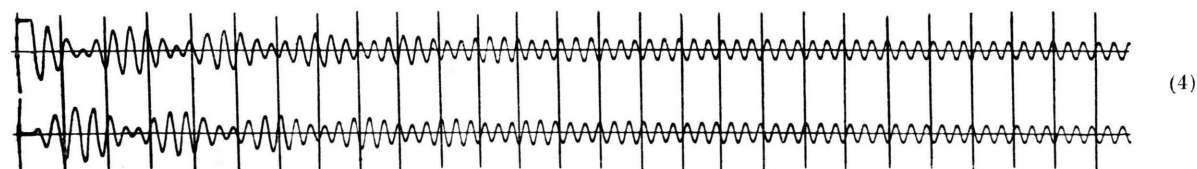
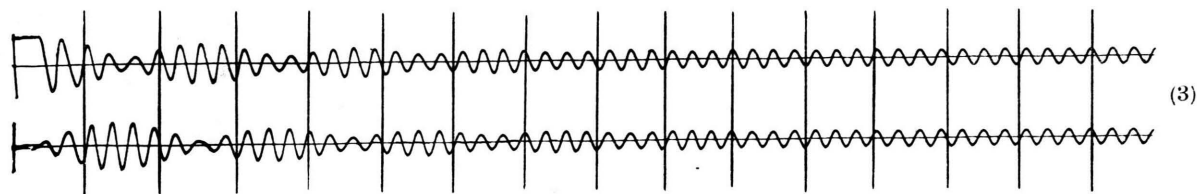


Abb. 3 und 4. Die Umwandlung der Austauschbewegung bei Dämpfung im antimetrischen (3) und im symmetrischen (4) Freiheitsgrad.

Was diese Bewegungen für die Kristallinterferenzen bedeuten, werde in Abb. 5 noch einmal schematisch dargestellt. Abb. 5a zeigt die Bahn des mittleren Energieflusses für den geläufigen Fall der Rechnung, die eine echte Absorption nicht berücksichtigt — hier pendelt die Bewegung unaufhörlich zwischen der Einfalls- und der Reflexionsrichtung hin und her und verläßt den Kristall jeweils in einem Zustande, der durch den gerade erreichten Ort bestimmt ist. Abb. 5b zeigt den Einfluß der selektiven Dämpfung, die Bewegung schreitet schließlich mit dem Energiefluß streng parallel den Netzebenen fort — sie ändert ihre Amplitude praktisch nicht mehr. Nach Verlassen des Kristalls aber spaltet sie jeweils in zwei in der Intensität genau gleiche Bündel nach der Einfalls- und Reflexionsrichtung auf: die Wellenvektoren  $\mathbf{k}_e$  und  $\mathbf{k}_r$  der freien einfallenden und reflektierten Welle, die durch die Netzebenen zu einer der Grundwellen zusammengehalten wurden, lösen sich mit dem Aufhören der koppelnden Netzebenen wieder voneinander, —

so wie bei Zerschneiden der Koppelungsfeder die beiden Pendel wieder mit der Frequenz der freien Bewegung fortschwingen.

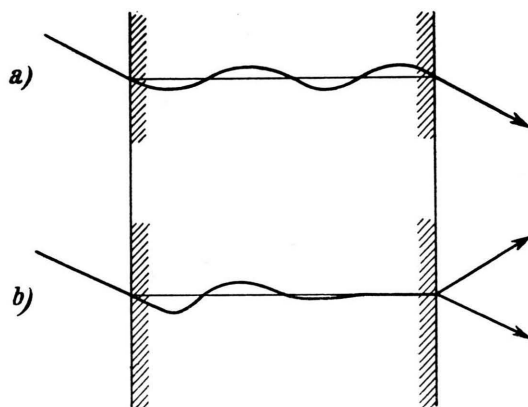


Abb. 5. Richtungen des Energiestromes für eine unter dem Bragg-Winkel einfallende Welle: a) im nicht-absorbierenden Kristall (Dicke im Beispiel gleich der doppelten Schwebungstiefe, Rückkehr in Einfallsrichtung); b) im absorbierenden Kristall.